



پرفروش‌ترین
کتاب‌های
امتحان
نهایی



آمار و احتمال

پایه یازدهم
رشته ریاضی و فیزیک

مؤلف

مهندس آرشد عمید

فرمول کتابخانه

تقدیم به

همکاران و دانش‌آموزان شهید

مدرسه میناب

به نام خدا

- کتابی که در دست دارید برای آمادگی شما در امتحانات تشریحی آماده شده است.
- در این کتاب خط‌به‌خط کتاب درسی آمار و احتمال بررسی شده و تمام تمرین‌ها، کار در کلاس‌ها و فعالیت‌ها به‌طور کامل حل شده است. در ضمن تمرین‌های کتاب راهنمای معلم و هم‌چنین امتحانات نهایی برگزارشده در نظام جدید آموزشی نیز آورده شده است.
- در این کتاب، هر درس کتاب درسی را به چند بسته آموزشی تقسیم و در انتهای هر بسته تمرینات کامل و متناسب برای تسلط بر آن را آورده‌ام. پاسخ تشریحی سؤالات به‌گونه‌ای است که قابل فهم، خودآموز و راهگشا باشد و به شما نحوه نوشتن پاسخ در امتحان نهایی برای کسب نمره کامل را آموزش دهد.
- با خواندن این کتاب، می‌توانید مطمئن باشید که به بررسی کتاب درسی نیازی ندارید و می‌توانید به راحتی نمره ۲۰ را در هر آزمون تشریحی کسب کنید.
- با بنده می‌توانید از طریق آیدی **ar_amid** در شبکه‌های اجتماعی در ارتباط باشید.

موفق و پیروز باشید

آرش عمید

پاسخ	درسنامه و سؤالات	
۱۶۸	۶ تا ۶۰	فصل اول: آشنایی با مبانی ریاضیات
۲۰۰	۶۱ تا ۱۰۹	فصل دوم: احتمال
۲۴۱	۱۱۰ تا ۱۴۱	فصل سوم: آمار توصیفی
۲۵۷	۱۴۲ تا ۱۶۶	فصل چهارم: آمار استنباطی

نمونه امتحانی



۲۶۶	آزمون ۱
۲۶۷	آزمون ۲
۲۶۸	آزمون ۳
۲۶۹	آزمون ۴
۲۷۰	آزمون ۵: خردادماه ۱۴۰۳
۲۷۲	پاسخنامه تشریحی آزمون ۱ تا ۵

بارمبندی درس آمار و احتمال

نوبت دوم	نوبت اول	شماره فصل
۴/۵	۱۲	اول
۵/۵	۸	تا صفحه ۵۱
	—	صفحه ۵۱ به بعد
۶	—	سوم
۴	—	چهارم
۲۰	۲۰	جمع

1

بخش



درستنامه

و سؤالات تشریحی

فصل اول

درس اول: آشنایی با منطق ریاضی

آمار و احتمال یازدهم

گزاره، ارزش گزاره و نقیض آن

بسته اول



گزاره: جمله‌ای خبری است که یا راست (درست) است یا دروغ (نادرست). گزاره‌ها را با حروف p, q, r و ... نمایش می‌دهند. مثلاً هریک از جملات «۲ عددی فرد است.» و «۵ عددی گویا است.» یک گزاره هستند.

نکته: جملاتی که خبری نیستند، مانند جملات استفهامی، تعجبی، امری و ... گزاره نیستند. مثلاً جملات «چه هوای خوبی»، «درس بخوان» گزاره نیستند.

طبق زیرنویس ۲ صفحه ۴ کتاب درسی، تشفیص گزاره بودن یا نبودن یک جمله از اهداف کتاب درسی نیست و طرح آن در ارزشیابی مهارت نیست.

❓ درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

۱ گزاره جمله‌ای خبری است که درست می‌باشد.

۲ تمامی جملات گزاره هستند.

۱ نادرست - گزاره می‌تواند یک جمله خبری نادرست هم باشد. مثلاً «۲ عددی فرد است.» یک جمله خبری نادرست است و گزاره می‌باشد.

۲ نادرست - جملات در صورتی گزاره هستند که خبری باشند. مثلاً «درس بخوان.» یک جمله امری است و گزاره نمی‌باشد.

ارزش گزاره: درست یا نادرست بودن یک گزاره را ارزش گزاره می‌گوییم. ارزش گزاره درست را با حرف «د» یا «T» و ارزش گزاره نادرست را با حرف «ن» یا «F» نشان می‌دهیم.

نکته: یک گزاره فقط یک ارزش دارد، یعنی نمی‌تواند هم درست و هم نادرست باشد.

❓ در جاهای خالی عدد یا علامت مناسب قرار دهید، به طوری که گزاره‌های حاصل دارای ارزش درست باشند. (تمرین ۱ صفحه ۴ کتاب درسی)

الف) $(0/1)^3 \dots (0/1)^5$ ب) اگر $0^\circ < \alpha < 45^\circ$ ، $\sin \alpha \dots \cos \alpha$.

پ) نمودار تابع $y = x^2$ از نقطه $\dots$ می‌گذرد. ت) $-(x-4)^2 \dots 0$.

ث) $y^2 = x^2$ تابع $\dots$ ج) اگر $x^2 = a$ آن‌گاه $x = \dots$.

✓ الف) $(0/1)^3 < (0/1)^5$ ؛ می‌دانیم اگر عددی بین صفر و یک باشد، هر چه به توان طبیعی بزرگ‌تر برسد، کوچک‌تر می‌شود.

ب) $\sin \alpha < \cos \alpha$ ؛ چون $0^\circ < \alpha < 45^\circ$ است، کافی است α را 30° در نظر بگیریم. می‌دانیم $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ و $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ است، پس $\cos 30^\circ > \sin 30^\circ$ می‌باشد و این یعنی $\sin \alpha < \cos \alpha$ است.

پ) $(0,0)$ ؛ چون $0 = 0$ است. شما می‌توانید نقاط دیگری نظیر $(1,1)$ ، $(2,4)$ و ... را نیز به عنوان پاسخ انتخاب کنید.

ت) $-(x-4)^2 \leq 0$ ؛ می‌دانیم $(x-4)^2 \geq 0$ است، پس $-(x-4)^2 \leq 0$ می‌باشد.

ث) نیست؛ زیرا به ازای $x = 1$ دو مقدار برای y به دست می‌آید، یکی $y = 1$ و دیگری $y = -1$.

ج) $x = \pm\sqrt{a}$

تمرین بالا که تمرین ۱ صفحه ۴ کتاب درسیه، تأکید می‌کنه که برای تشفیص درستی یا نادرستی گزاره‌ها، از تمامی مطالبی که در سال‌های قبل خونیدین ممکنه سؤال طرح بشه.

p	q	p
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	
ن	ن	

نکته همان طور که دیدیم، هر گزاره دارای ارزش درست یا نادرست است، بنابراین هر گزاره از نظر ارزش دارای ۲ حالت است. حال اگر n گزاره داشته باشیم، ارزش آن ها طبق اصل ضرب دارای 2^n حالت مختلف می تواند باشد. مثلاً ارزش گزاره p و ارزش گزاره های p و q را در جدول های مقابل ببینید که ارزش p دارای ۲ حالت و ارزش های p و q دارای ۴ حالت هستند.

❓ **درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.**

(ب) ارزش های چهار گزاره دارای ۱۶ حالت است.

(الف) ارزش های سه گزاره دارای ۶ حالت است.

(ب) درست، $2^4 = 16$

✅ (الف) نادرست، ارزش های سه گزاره دارای $2^3 = 8$ حالت است.

■ **پُر کردن تمام حالت های جدول ارزش گزاره ها:** می دانیم n گزاره دارای 2^n حالت مختلف هستند. برای پُر کردن راحت تر جدول، در ستون گزاره اول، نصف حالات را درست و نصف حالات بعدی را نادرست قرار دهید، در ستون دوم به تعداد نصف درست های ستون اول، درست و سپس نادرست قرار دهید و این روند را در ستون دوم تکرار کنید. حال در ستون گزاره سوم، دوباره نصف حالات درست ستون دوم را درست و به همان تعداد نادرست قرار دهید و این روند را در ستون گزاره سوم تکرار کنید و ...

مثلاً سه گزاره p ، q و r ، $2^3 = 8$ حالت مختلف دارند. نحوه پُر کردن را ببینید:

حالت اول درست

حالت بعدی نادرست و ...

اولی درست، دومی نادرست و ...

حالت اول درست

حالت بعدی نادرست

p	q	r
د	د	د
د	د	ن
د	ن	د
د	ن	ن
ن	د	د
ن	د	ن
ن	ن	د
ن	ن	ن

■ **گزاره نما:** هر جمله خبری که شامل یک یا چند متغیر باشد و با جای گذاری مقادیری به جای متغیر یا متغیرها به یک گزاره تبدیل شود را گزاره نما می نامیم. مثلاً جمله « $n + 41$ عددی اول است.» یک گزاره نما است، با قراردادن $n = 1$ در آن، به یک گزاره درست و با قرار دادن $n = 41$ در آن، به یک گزاره نادرست تبدیل می شود.

نکته گزاره نماها را بر حسب تعداد متغیر به کار رفته در آن یک متغیره، دومتغیره، و ... می نامیم. مثلاً گزاره نما « a عددی فرد است.» یک گزاره نما یک متغیره و گزاره نما «مربع عدد a به علاوه سه برابر عدد b ، عددی فرد است.» یک گزاره نما دومتغیره است.

(فعالیت صفحه ۳ و کار در کلاس صفحه ۴ کتاب درسی)

❓ **جملات خبری زیر را در نظر بگیرید:**

(الف) a عددی فرد است.

(ب) در پرتاب یک تاس احتمال آن که پیشامد A رخ دهد، برابر با $\frac{1}{6}$ است.

(پ) حاصل جمع سه برابر x با دو برابر y ، برابر با ۶ است.

ارزش کدام یک از جملات بالا را می توانید تعیین کنید؟

✅ هیچ کدام، چون هر سه جمله خبری فوق گزاره نما هستند و تا زمانی که مقداری به متغیر یا متغیرها ندهیم و به گزاره تبدیل نشوند، نمی توانیم در مورد ارزش آن ها اظهار نظر کنیم.

اگر در جمله «الف» به جای a مقدار ۳ را قرار دهیم، ارزش آن را تعیین کنید.

در این صورت گزاره‌نما به گزاره «۳ عددی فرد است.» تبدیل می‌شود که ارزش آن درست است.

اگر در جمله «الف» به جای a مقدار ۴ را قرار دهیم، ارزش آن را تعیین کنید.

با قرار دادن ۴ به جای a ، گزاره‌نما به گزاره «۴ عددی فرد است.» تبدیل می‌شود که ارزش آن نادرست می‌باشد.

به دو سؤال بعدی هم جواب بدین، تو فعالیت کتاب درسی نیست.

در جمله «ب» پیشامد A را طوری تعیین کنید که ارزش آن درست باشد.

$$\frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{n(A)}{6} = \frac{1}{2} \Rightarrow n(A) = 3$$

در پرتاب یک تاس فضای نمونه دارای ۶ برآمد است، پس:

بنابراین باید یک پیشامد سه عضوی ارائه کنیم، مثلاً $A = \{1, 2, 3\}$.

کدام یک از جملات، یک گزاره‌نمای دومتغیره است؟

جمله «پ»، زیرا در آن دو متغیر X و Y به کار رفته است.

دامنه متغیر گزاره‌نما: در هر گزاره‌نما به مجموعه مقادیری که می‌توان آن‌ها را به جای متغیرهای آن قرار داد تا این که گزاره‌نما به گزاره تبدیل شود، دامنه متغیر گزاره‌نما می‌گویند و آن را با حرف D نمایش می‌دهند. مثلاً دامنه متغیر گزاره‌نمای « p عددی اول است.» مجموعه اعداد طبیعی، دامنه متغیر گزاره‌نمای « X عددی زوج است.» مجموعه اعداد صحیح و دامنه متغیر گزاره‌نمای « $4X^2 + X - 5 = 0$ » را می‌توان مجموعه اعداد حقیقی در نظر گرفت.

طبق زیرنویس ۲ صفحه ۴ کتاب درسی، تعیین دامنه متغیر گزاره‌نماها از اهداف آموزشی کتاب درسی نیست و طرح سؤال از آن‌ها در ارزشیابی مهارت نیست.

مجموعه جواب گزاره‌نما: در هر گزاره‌نما به مجموعه عضوهایی از دامنه متغیر که به ازای آن‌ها، گزاره‌نما تبدیل به گزاره‌ای با ارزش درست شود، مجموعه جواب گزاره‌نما می‌گویند و آن را با حرف S نمایش می‌دهند.

نکته همواره $S \subseteq D$ است، یعنی مجموعه جواب گزاره‌نما همواره زیرمجموعه دامنه متغیر گزاره‌نما است.

؟ دامنه متغیر گزاره‌نمای $\sqrt{2x-1} = 5$ برابر با $[\frac{1}{2}, +\infty)$ است. مجموعه جواب آن را به دست آورید.

باید X یا X هایی را پیدا کنیم که گزاره‌نما را به یک گزاره با ارزش درست تبدیل می‌کنند و در ضمن مجموعه جواب، زیرمجموعه دامنه متغیر نیز باشد، پس:

$$\sqrt{2x-1} = 5 \Rightarrow 2x-1 = 25 \Rightarrow 2x = 26 \Rightarrow x = 13$$

بنابراین مجموعه جواب گزاره‌نما $S = \{13\}$ می‌باشد.

دو گزاره هم‌ارز: اگر دو گزاره p و q همواره هم‌ارزش باشند، می‌نویسیم $p \equiv q$ و به صورت « p هم‌ارز است با q » می‌خوانیم.

نقیض گزاره: نقیض گزاره p به صورت $\sim p$ نوشته می‌شود و آن را «چنین نیست که p » می‌خوانیم. به علامت « $\sim$ » ناقض گفته می‌شود و «چنین نیست که» خوانده می‌شود. مثلاً نقیض گزاره «۲ عددی گنگ است.» را می‌توان به صورت «چنین نیست که ۲ عددی گنگ باشد.» بیان کرد. (مثال ۱ صفحه ۳ کتاب درسی)

نکته از آن جایی که هر گزاره یک جمله خبری است و حتماً دارای فعل می‌باشد، برای بیان نقیض یک گزاره کافی است فعل جمله را نفی کنیم؛ اما گاهی می‌توان بدون نفی کردن فعل، نمادها و نام‌گذاری‌ها را نقیض کرد.

گويا	فرد	$\geq$	$<$	$=$	است	p
گنگ	زوج	$<$	$\geq$	$\neq$	نیست	$\sim p$

مثلاً نقیض گزاره «۲ عددی گنگ است» را می‌توان به صورت‌های «۲ عددی گنگ نیست.» یا «۲ عددی گویا است.» نیز بیان کرد.

؟ نقیض گزاره‌های زیر را بنویسید.

ب) $a \in \{b, c, d\}$

الف) ابوالوفا محمد بوزجانی، ریاضی‌دان است.

ب) $a \notin \{b, c, d\}$

الف) ابوالوفا محمد بوزجانی ریاضی‌دان نیست.

(تمرین ۲ قسمت‌های (ب) و (پ) صفحه ۱۴ کتاب درسی)

■ **جدول ارزش گزاره‌های p ، $\sim p$ و $(\sim p)$:** همان طور که در جدول زیر مشاهده می‌کنید، اگر گزاره p درست باشد، گزاره $\sim p$ نادرست و بالعکس است. اما گزاره‌های p و $(\sim p)$ هم‌ارز هستند، یعنی $p \equiv (\sim p)$.

(مثال ۲ صفحه ۳ کتاب درسی)

p	$\sim p$	$(\sim p)$
د	ن	د
ن	د	ن

نکته اگر گزاره p فعل منفی داشته باشد، می‌توان به کمک $(\sim p)$ آن را مثبت کرد.

29 عددی اول است. $\equiv$ 29 عددی غیراول است. $\sim$ $(29$ عددی غیراول نیست.) $\sim$

❓ **درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را مشخص کنید.**

الف) p و $\sim p$ هم‌ارز نیستند.

ب) گزاره «چنین نیست که $\sqrt{7}$ عددی گنگ نیست.» هم‌ارز گزاره « $\sqrt{7}$ عددی گنگ نیست.» می‌باشد.

✓ الف) درست

ب) نادرست، گزاره «چنین نیست که $\sqrt{7}$ عددی گنگ نیست.»، نقیض گزاره « $\sqrt{7}$ عددی گنگ نیست.» می‌باشد، پس هم‌ارز نیستند.

گزاره، ارزش گزاره و نقیض آن

پرسش‌های تشریحی

بسته
۱

● **درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را مشخص کنید.**

۱. گزاره، جمله‌ای خبری است که درست می‌باشد.
۲. تمامی جملات گزاره هستند.
۳. ارزش‌های چهارگزاره دارای ۱۶ حالت است.
۴. ارزش‌های سه گزاره دارای ۶ حالت است.
۵. در جدول ارزش سه گزاره p ، q و r در ۲ حالت، $p \equiv q$ است.
۶. نقیض هر گزاره با خود گزاره هم‌ارز است.
۷. نقیض نقیض هر گزاره با خود گزاره هم‌ارز نیست.
۸. عبارت « $x^2 + x - 2 = 0$ » یک گزاره‌نمای یک متغیره است.
۹. عبارت «معادله $x^2 + x - 2 = 0$ دارای دو ریشه حقیقی متمایز است.» یک گزاره‌نمای تک متغیره است.
۱۰. عبارت «مجموع سه عدد طبیعی برابر ۱۰ است.» یک گزاره‌نما است.
۱۱. عبارت «مجموع اعداد اول یک‌رقمی برابر ۱۷ است.» یک گزاره‌نما است.

● **جاهای خالی را با عبارت‌های مناسب پُر کنید.**

۱۲. درست یا نادرست بودن یک گزاره را گزاره می‌گویند.
۱۳. جدول ارزش درستی ۳ گزاره دارای حالت است.
۱۴. گزاره $(\frac{1}{2})^5$ $(\frac{1}{2})^4$ یک گزاره درست است. ($<$ - $>$)
۱۵. دامنه متغیر گزاره‌نما، مجموعه مقادیری برای متغیر گزاره‌نما است که آن را به یک تبدیل می‌کند.
۱۶. در گزاره‌نمای «احتمال آن که در پرتاب یک تاس پیشامد A رخ دهد، برابر $\frac{1}{4}$ است.» مجموعه جواب گزاره‌نما دارای عضو است.
۱۷. اگر دامنه متغیر گزاره‌نمای « $x - 2 < 3$ » مجموعه اعداد حسابی باشد، مجموعه جواب گزاره‌نما دارای عضو است.
۱۸. اگر مجموعه جواب گزاره‌نمای $(x^2 - 4)(2x + 3)(x^2 - 2) = 0$ دارای یک عضو باشد، مجموعه دامنه گزاره‌نمای آن است. (اعداد طبیعی - اعداد گویا)
۱۹. نقیض گزاره « $\sqrt{5}$ عددی گنگ نیست.» گزاره «چنین نیست که $\sqrt{5}$ عددی نیست.» می‌باشد.
۲۰. نقیض گزاره « $\sqrt{2}$ عددی گویا است.» گزاره « $\sqrt{2}$ عددی است.» می‌باشد.
۲۱. نقیض گزاره « $\sqrt{3}$ عددی گنگ نیست.» گزاره «چنین نیست که $\sqrt{3}$ عددی است.» می‌باشد.

● ارزش هریک از گزاره‌های زیر را تعیین کنید.

۲۲. عدد ۲ زوج است. .۲۲
۲۳. $\sqrt{2}$ عددی گنگ است. .۲۳
۲۴. $1 < 2$.۲۴
۲۵. $2 \in \{1, 2\}$.۲۵
۲۶. عدد ۷ اول است. .۲۶
۲۷. عدد ۲۸۵۳ اول است. .۲۷
۲۸. در لوزی، دو قطر بر هم عمودند. .۲۸
۲۹. $\mathbb{R} \subseteq \mathbb{Z}$.۲۹
۳۰. مجموع دو عدد گویا، عددی گویا است. .۳۰
۳۱. $\mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}' = \emptyset$.۳۱
۳۲. $\mathbb{W} - \mathbb{N} = \{0\}$.۳۲
۳۳. عدد $5^9 + 8$ عددی اول است. .۳۳
۳۴. عدد ۱ مربع کامل است. .۳۴
۳۵. چنین نیست که ۵ گنگ باشد. .۳۵
۳۶. ایران یک کشور آسیایی است. .۳۶
۳۷. هر معادله درجه دوم، دو ریشه حقیقی متمایز دارد. .۳۷
۳۸. هر معادله درجه دوم، حداقل یک ریشه حقیقی دارد. .۳۸
۳۹. در مثلث قائم الزاویه، ارتفاع وارد بر وتر نصف وتر است. .۳۹
۴۰. در هر مثلث قائم الزاویه، ارتفاع وارد بر وتر واسطه هندسی بین قطعاتی است که روی وتر ایجاد می‌کند. .۴۰
۴۱. $(a-b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$.۴۱
۴۲. $(a-b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$.۴۲
۴۳. معادله $x^2 - 5x - 1 = 0$ دو ریشه حقیقی متمایز دارد. .۴۳
۴۴. معادله $x^2 + x + 1 = 0$ دو ریشه حقیقی مساوی دارد. .۴۴
۴۵. $\sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$.۴۵
۴۶. $\tan 30^\circ = \sqrt{3}$.۴۶
۴۷. دو خط $3x - 2y = -\frac{1}{4}$ و $2x - 3y = 4$ بر هم عمودند. .۴۷
۴۸. عدد ۳! عددی گویا است. .۴۸
۴۹. خط $x = 1$ تابع نیست. .۴۹
۵۰. هردنباله یا حسابی است یا هندسی. .۵۰
۵۱. $\sqrt{x} - 1$ یک عبارت چند جمله‌ای است. .۵۱
۵۲. $\sqrt[5]{-32} = -2$.۵۲
۵۳. فضای نمونه‌ای آزمایش پرتاب دو تاس دارای ۱۲ برآمد است. .۵۳

● در جاهای خالی عدد یا علامت مناسب قرار دهید، به طوری که گزاره‌های حاصل دارای ارزش درست باشند.

۵۴. $(0/1)^5 \dots (0/1)^3$.۵۴
۵۵. اگر $0^\circ < \alpha < 45^\circ$ ، $\sin \alpha \dots \cos \alpha$.۵۵
۵۶. نمودار تابع $y = x^2$ از نقطه $\dots$ می‌گذرد. .۵۶
۵۷. $-(x-4)^2 \dots 0$.۵۷
۵۸. $y^2 = x^2$ تابع $\dots$.۵۸

(کتاب راهنمای معلم)

(کتاب راهنمای معلم)

(کتاب راهنمای معلم)

(کتاب راهنمای معلم)

(تمرین ۱ صفحه ۱۴ کتاب درسی)

(تمرین ۱ صفحه ۱۴ کتاب درسی)

(تمرین ۱ صفحه ۱۴ کتاب درسی)

(تمرین ۱ صفحه ۱۴ کتاب درسی)

(تمرین ۱ صفحه ۱۴ کتاب درسی)

(تمرین ۱ صفحه ۱۴ کتاب درسی)

۵۹. اگر $x^2 = a$ ، آن‌گاه $x = \dots\dots\dots$.

۶۰. $(-\frac{1}{\sqrt{3}})^7 \dots\dots\dots (-\frac{1}{\sqrt{3}})^5$

۶۱. اگر $45^\circ < \alpha < 90^\circ$ ، $\sin \alpha \dots\dots\dots \cos \alpha$.

۶۲. خط $2x - 4y = 10$ محور x ها را در نقطه‌ای به طول $\dots\dots\dots$ قطع می‌کند.

۶۳. اگر خط $(m-1)x + 2y - 1 - 2m = 0$ از مبدأ مختصات بگذرد، مقدار m برابر $\dots\dots\dots$ است.

۶۴. رابطه $(x-1)^2 = -|y+3|$ تابع $\dots\dots\dots$

۶۵. اگر تابع $y = (a+1)x + 2x + b - 3$ یک تابع همانی باشد، آن‌گاه $a+b$ برابر $\dots\dots\dots$ است.

● به پرسش‌های زیر پاسخ دهید.

۶۶. جدول ارزش‌های $2n - 3$ گزاره، دارای ۳۲ حالت مختلف است. به سؤالات زیر پاسخ دهید:

آ جدول ارزش‌های n گزاره چند حالت مختلف دارد؟

ب در جدول ارزش‌های $n+1$ گزاره، چندبار از نماد «د» استفاده شده است؟

۶۷. جدول ارزش‌های سه گزاره p ، q و r را بنویسید.

۶۸. نقیض گزاره‌های زیر را بنویسید.

آ $\{a, b\} \subseteq \{a, b, c\}$ ب ۲ عددی زوج یا π عددی گویا است.

پ اَبوالوفا بوزجانی ریاضی‌دان است. ت ۲ عددی غیراول نیست.

ث $3 < 7$ ج $3 \in \{1, 2, 3, 4\}$

ح $\sqrt{5} < 5$ ز ۱۲۵۶۱۷۲ عددی اول نیست.

ط $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ د $13 + 9 = 22$

۶۹. جملات خبری زیر را در نظر بگیرید:

(۱) a عددی فرد است.

(۲) در پرتاب یک تاس احتمال آن‌که پیشامد A رخ دهد، برابر با $\frac{1}{4}$ است.

(۳) حاصل جمع سه برابر x با دو برابر y ، برابر با ۶ است.

آ ارزش کدام یک از جملات بالا را می‌توانید تعیین کنید؟

ب اگر در جمله (۱) به جای a مقدار ۳ را قرار دهیم، ارزش آن را تعیین کنید.

پ اگر در جمله (۱) به جای a مقدار ۴ را قرار دهیم، ارزش آن را تعیین کنید.

ت در جمله (۲) پیشامد A را طوری تعیین کنید که ارزش آن درست باشد.

ث کدام یک از جملات، یک گزاره‌نمای دومتغیره است؟

۷۰. اگر دامنه متغیر گزاره‌نماهای زیر، مجموعه اعداد طبیعی باشد، مجموعه جواب آن‌ها را بنویسید.

آ x عددی اول و یک رقمی است. ب $x^2 + x - 12 = 0$

پ $|x-3| \leq 5$ ت $x^2 - 9 = 0$

ث $\{3x-7 > 0 \mid x \in \mathbb{N}\}$ ج $\frac{1}{x-3} < 1$

ح $3k+1$ عدد فرد یک‌رقمی است. ز $2a+3b \leq 7$

ط $\sqrt{x+5} = 1$

۷۱. اگر مجموعه اعداد صحیح، دامنه متغیر گزاره‌نمای «معادله $x^2 - ax + 1 = 0$ ریشه حقیقی ندارد.» باشد، مجموعه جواب گزاره‌نما را به دست آورید.

ترکیب عطفی گزاره‌ها

بسته دوم



ترکیب گزاره‌ها: از ترکیب دو یا چند گزاره به وسیلهٔ رابط‌های گزاره‌ای، گزاره‌های مرکب به دست می‌آید. مثلاً گزاره‌های زیر گزاره‌های مرکب هستند:

• عدد ۲ زوج است و عدد ۵ مضرب ۳ است.

• عدد ۲ زوج است یا عدد ۵ مضرب ۳ است.

• اگر عدد ۲ زوج باشد، آن‌گاه عدد ۵ مضرب ۳ است.

• اگر عدد ۲ زوج باشد، آن‌گاه عدد ۵ مضرب ۳ است و برعکس.

بنابراین رابط‌های «و»، «یا»، «اگر... آن‌گاه...» و «اگر... آن‌گاه... و برعکس» رابط‌های گزاره‌ای هستند که به وسیلهٔ آن‌ها گزاره‌های مرکب حاصل می‌شوند. در ادامه با آن‌ها آشنا می‌شویم.

ترکیب عطفی دو گزاره: هرگاه p و q دو گزاره باشند، گزارهٔ مرکب « $p \wedge q$ » که به صورت « p و q » خوانده می‌شود را ترکیب عطفی دو گزاره می‌گوییم. به رابط منطقی « $\wedge$ »، «عاطف» گفته می‌شود.

جدول ارزش ترکیب عطفی: جدول ارزش ترکیب عطفی دو گزاره به صورت زیر است. همان‌طور که مشاهده می‌کنید $p \wedge q$ فقط وقتی درست است که ارزش هر دو گزاره p و q درست باشند و در بقیهٔ حالت‌ها ارزش $p \wedge q$ نادرست است.

p	q	$p \wedge q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	ن
ن	ن	ن

فرض کن به مشاورت گفتی امروز «هندسه می‌فونم»، و «آمار و احتمال می‌فونم». پس آگه حتی یکی از اونارو نفونی به قولت عمل نکردی. فقط در صورتی به قولت عمل کردی که هر دو رو بفونی.

(تمرین ۳ قسمت (الف) صفحهٔ ۱۴ کتاب درسی)

❓ ارزش گزارهٔ مرکب $(2 < 3) \wedge (4 + 3 = 10)$ را تعیین کنید.

✔️ ارزش گزارهٔ $2 < 3$ درست و ارزش گزارهٔ $4 + 3 = 10$ نادرست می‌باشد، بنابراین ارزش ترکیب عطفی آن‌ها نادرست می‌باشد.

(مثال صفحهٔ ۵ کتاب درسی)

❓ مقادیر x و y را طوری بیابید که $(2x - y)^2 + (x - 1)^2 = 0$ باشد.

✔️ چون $(x - 1)^2 \geq 0$ و $(2x - y)^2 \geq 0$ هستند، بنابراین تساوی وقتی برقرار است که:

$$[(2x - y)^2 = 0] \wedge [(x - 1)^2 = 0] \Rightarrow \begin{cases} (2x - y)^2 = 0 \Rightarrow 2x - y = 0 \xrightarrow{x=1} 2 - y = 0 \Rightarrow y = 2 \\ (x - 1)^2 = 0 \Rightarrow x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \end{cases}$$

ویژگی‌های ترکیب عطفی:

$$p \wedge p \equiv p$$

۱ ترکیب عطفی هر گزاره با خودش، هم‌ارز خود گزاره است.

اثبات

p	p	$p \wedge p$
د	د	د
ن	ن	ن

(کاردرکلاس ۲ قسمت (ب) صفحهٔ ۱۱ کتاب درسی)

۲ ترکیب عطفی، خاصیت شرکت‌پذیری دارد.

$$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r$$

اثبات

p	q	r	$q \wedge r$	$p \wedge (q \wedge r)$	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \wedge r$
د	د	د	د	د	د	د
د	د	ن	ن	ن	د	ن
د	ن	د	ن	ن	ن	ن
د	ن	ن	ن	ن	ن	ن
ن	د	د	د	ن	ن	ن
ن	د	ن	ن	ن	ن	ن
ن	ن	د	ن	ن	ن	ن
ن	ن	ن	ن	ن	ن	ن

نکته برای اثبات هم‌ارز بودن دو عبارت گزاره‌ای به کمک جدول ارزش گزاره‌ها، اولاً باید برای هر گزاره یک ستون در نظر بگیرید و سپس گزاره‌های مرکب را در هر ستون طوری تعریف کنید که در هر ستون فقط یک رابط گزاره‌ای روی گزاره‌ها اثر کند. مثلاً در جدول بالا بعد از اختصاص دادن سه ستون به p ، q و r ، برای $q \wedge r$ یک ستون، برای $p \wedge (q \wedge r)$ یک ستون دیگر در نظر گرفتیم. (منظورم این‌که یهو این دو تا ستون رو با ستون $p \wedge (q \wedge r)$ خلاصه نکنی.)

(کار در کلاس ۲ قسمت (الف) صفحه ۱۱ کتاب درسی)

۳ ترکیب عطفی خاصیت جابه‌جایی دارد.

$$p \wedge q \equiv q \wedge p$$

اثبات

p	q	$p \wedge q$	$q \wedge p$
د	د	د	د
د	ن	ن	ن
ن	د	ن	ن
ن	ن	ن	ن

آگه به مشاورت بگی من امروز «آمار و احتمال می‌فونم»، و «هندسه می‌فونم»، با این‌که بگی من امروز «هندسه می‌فونم»، و «آمار و احتمال می‌فونم»، فرقش داره؟

(تمرین ۵ قسمت (ب) صفحه ۱۵ کتاب درسی)

۴ ترکیب عطفی هر گزاره با نقیضش همواره نادرست است.

$$p \wedge \sim p \equiv \text{ن}$$

اثبات

p	$\sim p$	$p \wedge \sim p$
د	ن	ن
ن	د	ن

به مشاورت بگو من امروز «آمار و احتمال می‌فونم»، و «آمار و احتمال نمی‌فونم»، چی میشه؟ کلاً به قول نادرست به مشاورت دادی.

۵ ترکیب عطفی یک گزاره با یک گزاره نادرست، همواره نادرست است.

$$p \wedge \text{ن} \equiv \text{ن}$$

اثبات

p	ن	$p \wedge \text{ن}$
د	ن	ن
ن	ن	ن

به مشاورت گفتی من «آمار و احتمال می‌فونم» و «هندسه می‌فونم». حالا فرض کن هندسه نفوندی، قبول داری فوندن و نفوندن آمار و احتمال توسط تو دیگه مهم نیست، در هر صورت زدی زیر قولت.

۶ ترکیب عطفی یک گزاره با یک گزاره درست، هم‌ارزش خود گزاره است. (تمرین ۶ قسمت (پ) صفحه ۱۵ کتاب درسی و تمرینات تکمیلی کتاب راهنمای معلم)

$$p \wedge d \equiv p$$

اثبات

p	d	$p \wedge d$
د	د	د
ن	د	ن

به مشاورت قول دادی امروز «آمار و احتمال می‌فونم» و «هندسه می‌فونم». حالا فکر کن آمار و احتمال رو فوندی، قبول داری از الان به بعد همه چی به فوندن یا نفوندن هندسه ربط داره، آگه هندسه رو بفونی به قولت عمل کردی، و آگه نفونی به قولت عمل نکردی.

(تمرین ۵ قسمت (الف) صفحه ۱۵ کتاب درسی)

۷ جدول ارزش گزاره مرکب $p \wedge \sim q$ را رسم کنید.

قبل از رسم جدول، به پییری رو با هم مرور کنیم. تو دو تا ستون می‌فوی برای p و q ، یک ستون برای $\sim q$ و یک ستون هم برای $p \wedge \sim q$. حالا بریم؛

p	q	$\sim q$	$p \wedge \sim q$
د	د	ن	ن
د	ن	د	د
ن	د	ن	ن
ن	ن	د	ن

ترکیب عطفی گزاره‌ها

پرسش‌های تشریحی

بسته
۲

• درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را مشخص کنید.

- ۷۲ ارزش ترکیب عطفی سه گزاره در ۷ حالت، نادرست است.
- ۷۳ ترکیب عطفی هر گزاره با یک گزاره نادرست با ارزش خود گزاره هم‌ارز است.
- ۷۴ ترکیب عطفی یک گزاره با گزاره درست، همواره درست است.
- ۷۵ ترکیب عطفی هر گزاره با خودش، همواره درست است.
- ۷۶ گزاره $p \wedge \sim p$ همواره نادرست است.
- ۷۷ اگر گزاره p به صورت $17 \leq 4 \times 3 + 5$ و گزاره q یک گزاره دلخواه باشد، آن‌گاه $p \wedge q \equiv p$.

• جاهای خالی را با عبارت‌های مناسب پُر کنید.

- ۷۸ ارزش ترکیب عطفی دو گزاره در حالت، نادرست است.
- ۷۹ اگر p گزاره‌ای درست و $p \wedge q$ نادرست باشد، ارزش نقیض گزاره q است.
- ۸۰ ارزش گزاره «هر عدد نامنفی دو ریشه دوم دارد.» $\wedge (6 < 5)$ ، است.
- ۸۱ اگر p گزاره‌ای دلخواه و q گزاره‌ای نادرست باشد، ارزش گزاره $p \wedge q$ است.
- ۸۲ اگر p گزاره‌ای دلخواه باشد، گزاره $p \wedge (\sim (\sim p))$ با هم‌ارز است.
- ۸۳ اگر $p \wedge q \equiv p$ باشد، ارزش گزاره q است.
- ۸۴ در معادله $0 = (x-1)^2 + (y+x+2)^2$ ، مقدار y برابر است.

● به پرسش‌های زیر پاسخ دهید.

۸۵. جدول ارزش ترکیب عطفی دو گزاره p و q را رسم کنید.

۸۶. جدول ارزش گزاره‌های زیر را رسم کنید.

ا) $p \wedge (\sim q)$ ب) $(\sim p) \wedge (\sim q)$ پ) $\sim (p \wedge (\sim q))$

ث) $\sim p \wedge (\sim q \wedge r)$ ث) $\sim (p \wedge q) \wedge (\sim r)$ ج) $((\sim p) \wedge q) \wedge (p \wedge (\sim r))$

۸۷. اگر p گزاره «۲۳ عددی زوج نیست» و q گزاره «۲۳ عددی اول است» باشد، بیان توصیفی گزاره مرکب $p \wedge q$ را بنویسید.

۸۸. ارزش هریک از گزاره‌های مرکب زیر را تعیین کنید.

ا) $(\sqrt{9} = \pm 3) \wedge (3 < 5)$

ب) $(5 < 7) \wedge (-7 < -5)$

پ) $(W \subseteq N) \wedge (N \subseteq Q)$

ت) $((7^2)^2 = 7^{2^2}) \wedge ((\frac{0}{1})^3 > (\frac{0}{1})^5)$

ث) $(3\sqrt{2} > 2\sqrt{5}) \wedge ((x+1)^2 = x^2 + 2x + 1)$

ج) «در مثلث قائم‌الزاویه، ارتفاع وارد بر وتر واسطه هندسی دو ضلع قائم است.» $\wedge (\frac{1}{4})^5 > (-\frac{1}{4})^3$

۸۹. با استفاده از گزاره‌های داده شده، جدول را کامل کنید.

● $1 < 2$ ● $\cot 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ● $y = 2$ تابع است.

● $\sqrt{x^2} + 1$ یک عبارت چندجمله‌ای است. ● $\sqrt{3}$ عددی گنگ است.

P	q	ارزش p	ارزش q	ارزش $p \wedge q$
	عدد ۷ اول است.	د		
$2 \in \{1, 2\}$			د	
				ن
$W - N = \{0\}$			د	

۹۰. با جدول ارزش گزاره‌ها، نشان دهید $p \wedge d \equiv p$.

۹۱. جدول ارزش گزاره‌های زیر را تشکیل دهید و نشان دهید ارزش آن‌ها نادرست است.

ا) $p \wedge \sim p$ ب) $p \wedge (\sim p \wedge q)$

پ) $\sim q \wedge (p \wedge q)$ ت) $(\sim (\sim p)) \wedge \sim p$

ث) $[(p \wedge q) \wedge \sim p] \wedge p$

۹۲. جدول زیر را کامل کنید.

$\sim p \wedge q$	$\sim p$	q	p
ن		د	
	ن		
د	د		
	د		

۹۳. در هریک از معادلات، مقادیر x و y را به دست آورید.

ا) $(x-3)^2 + (y+1)^2 = 0$

ب) $(x-2y+1)^2 + |y+3| = 0$

پ) $x^2 + y^2 + 4x + 4 = 0$

ت) $\sqrt{x-1} + (x-2y)^2 = 0$

ث) $\sqrt{xy+y^2} + |2x-8| = 0$

ج) $5x^2 + y^2 = 4x + 2xy - 1$

ترکیب فصلی گزاره‌ها

بسته سوم



ترکیب فصلی دو گزاره: هرگاه p و q دو گزاره باشند، گزاره مرکب « $p \vee q$ » که به صورت « p یا q » خوانده می‌شود را ترکیب فصلی دو گزاره می‌گوییم. به رابط منطقی « $\vee$ » فاصل گفته می‌شود.

جدول ارزش ترکیب فصلی دو گزاره: جدول ارزش ترکیب فصلی دو گزاره به صورت مقابل است.

p	q	$p \vee q$
د	د	د
د	ن	د
ن	د	د
ن	ن	ن

همان‌طور که مشاهده می‌کنید $p \vee q$ فقط وقتی نادرست است که ارزش هر دو گزاره p و q نادرست باشد و در بقیه حالت‌ها ارزش $p \vee q$ درست است.

به مشاورت قول دادی امروز «هندسه می‌خوانم» یا «آمار و احتمال می‌خوانم» در صورتی به قولت عمل نکردی که هر دو تا درس رو نفونی اما آگه فقط یکی بگیریون رو بفونی به قولت عمل کردی چون از «یا» استفاده کردی.

(تمرین ۳ قسمت‌های (ب) و (پ) صفحه ۱۴ کتاب درسی)

❓ ارزش گزاره‌های مرکب زیر را تعیین کنید.

(ب) $(5 > 3) \vee ((-1)^2 + 1 = 0)$

(الف) $(\frac{1}{p} \neq \frac{3}{6}) \vee (1 \in \{2, 3, 4\})$

✔ (الف) ارزش گزاره $\{2, 3, 4\}$ ۱ نادرست است. هم‌چنین ارزش گزاره $\frac{3}{6} \neq \frac{1}{p}$ نیز نادرست می‌باشد، پس ترکیب فصلی دو گزاره نادرست است.

(ب) ارزش گزاره $5 > 3$ درست است، پس ارزش ترکیب فصلی آن با هر گزاره‌ای درست می‌باشد.

(کار در کلاس ۱ صفحه ۶ کتاب درسی)

❓ جدول زیر را کامل کنید.

گزاره p	گزاره q	ارزش p	ارزش q	ارزش $p \vee q$	ارزش $p \wedge q$
هر دنباله یا حسابی است یا هندسی.	$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$				
	$x = 1$ تابع نیست.	ن			
$\sqrt[5]{-32} = -2$			ن		
		ن	ن		
$\sqrt{x} - 1$ یک عبارت چندجمله‌ای است.				د	

✔ در سطر اول، ارزش گزاره p نادرست و ارزش گزاره q درست است، پس ارزش $p \vee q$ درست و ارزش $p \wedge q$ نادرست می‌باشد.

گزاره p	گزاره q	ارزش p	ارزش q	ارزش $p \vee q$	ارزش $p \wedge q$
هر دنباله یا حسابی است یا هندسی.	$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$	ن	د	د	ن

در سطر دوم، گفته شده ارزش گزاره p نادرست باشد. مثلاً گزاره صفر عددی مثبت است را قرار می‌دهیم. ارزش گزاره « $x = 1$ تابع نیست.» درست می‌باشد، پس:

گزاره p	گزاره q	ارزش p	ارزش q	ارزش $p \vee q$	ارزش $p \wedge q$
صفر عددی مثبت است.	$x = 1$ تابع نیست.	ن	د	د	ن

در سطر سوم، ارزش گزاره $\sqrt[5]{-32} = -2$ درست است. حال خواسته شده ارزش گزاره q نادرست باشد، می‌توانیم گزاره «۲ عددی فرد است.» را قرار دهیم و داریم:

گزاره p	گزاره q	ارزش p	ارزش q	ارزش $p \vee q$	ارزش $p \wedge q$
$\sqrt[5]{-32} = -2$	۲ عددی فرد است.	د	ن	د	ن

در سطر چهارم، دو گزاره p و q باید دارای ارزش نادرست باشند، پس:

گزاره p	گزاره q	ارزش p	ارزش q	ارزش $p \vee q$	ارزش $p \wedge q$
$\cos 3^\circ = \frac{1}{2}$	$2 < 4$	ن	ن	ن	ن

در سطر پنجم، ارزش گزاره « $\sqrt{x} - 1$ یک عبارت چندجمله‌ای است.» نادرست می‌باشد. چون ارزش $p \vee q$ درست است. پس حتماً باید ارزش q درست باشد. بنابراین داریم:

گزاره p	گزاره q	ارزش p	ارزش q	ارزش $p \vee q$	ارزش $p \wedge q$
$\sqrt{x} - 1$ یک عبارت چندجمله‌ای است.	$3 > 1$	ن	د	د	ن

ویژگی‌های ترکیب فصلی گزاره‌ها:

۱ ترکیب فصلی هر گزاره با خودش، هم‌ارز خود گزاره است.

$$p \vee p \equiv p$$

اثبات

p	p	$p \vee p$
د	د	د
ن	ن	ن

فرض کن به مشاورت بگی من امروز «آمار و احتمال می‌فونم.» یا «آمار و احتمال می‌فونم.» قبول داری قولت به فوندن آمار و احتمال وابسته هست؟

(کار در کلاس ۲ قسمت (الف) صفحه ۱۱ کتاب درسی)

۲ ترکیب فصلی، خاصیت جابه‌جایی دارد.

$$p \vee q \equiv q \vee p$$

اثبات

p	q	$p \vee q$	$q \vee p$
د	د	د	د
د	ن	د	د
ن	د	د	د
ن	ن	ن	ن

من «آمار و احتمال می‌فونم.» یا «هندسه می‌فونم.» هیچ فرقی با من «هندسه می‌فونم.» یا «آمار و احتمال می‌فونم.» نداره.

(کار در کلاس ۲ قسمت (ب) صفحه ۱۱ کتاب درسی)

۳ ترکیب فصلی خاصیت شرکت‌پذیری دارد.

$$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r$$

اثبات

p	q	r	$q \vee r$	$p \vee (q \vee r)$	$p \vee q$	$(p \vee q) \vee r$
د	د	د	د	د	د	د
د	د	ن	د	د	د	د
د	ن	د	د	د	د	د
د	ن	ن	ن	د	د	د
ن	د	د	د	د	د	د
ن	د	ن	د	د	د	د
ن	ن	د	د	د	ن	د
ن	ن	ن	ن	ن	ن	ن

این‌ها هم‌کافیه قول فوندن حسابان رو هم با «یا» به قول فوندن آمار و احتمال و هندسه اضافه کنی.

(تمرین ۵ قسمت (پ) صفحه ۱۵ کتاب درسی)

۴ ترکیب فصلی هر گزاره با نقیضش همواره درست است.

$$p \vee \sim p \equiv \text{د}$$

اثبات

p	$\sim p$	$p \vee \sim p$
د	ن	د
ن	د	د

فرض کن قول دادی من امروز «هندسه می‌فونم» یا «هندسه نمی‌فونم». قبول داری از همین الان به قولت عمل کردی. به هر حال یکی از این دو اتفاق میفته دریگه.

$$p \vee \text{د} \equiv \text{د}$$

۵ ترکیب فصلی یک گزاره با یک گزاره درست، همواره درست است.

اثبات

p	د	$p \vee \text{د}$
د	د	د
ن	د	د

این که واضحه نیازی به توضیح نداره.

(تمرین ۶ قسمت (ب) صفحه ۱۵ کتاب درسی)

۶ ترکیب فصلی یک گزاره با یک گزاره نادرست، هم از خود گزاره درست است.

$$p \vee \text{ن} \equiv p$$

اثبات

p	ن	$p \vee \text{ن}$
د	ن	د
ن	ن	ن

آگه قول دادی که «هندسه بفونی» یا «آمار و احتمال بفونی» و تو موفق نشدی مثلاً هندسه رو بفونی، قبول داری که قولت به فوندن یا نفوندن آمار و احتمال وابسته می‌شه؟

ویژگی‌های ترکیب فصلی و عطفی:

(کار در کلاس ۲ و ۳ صفحه ۷ کتاب درسی)

۱ قوانین دمورگان: نقیض ترکیب عطفی و ترکیب فصلی به صورت زیر است:

$$\sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$$

$$\sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$

اثبات

p	q	$p \vee q$	$\sim (p \vee q)$	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \wedge \sim q$
د	د	د	ن	ن	ن	ن
د	ن	د	ن	ن	د	ن
ن	د	د	ن	د	ن	ن
ن	ن	ن	د	د	د	د

همان طور که می‌بینید، ارزش‌های ستون $(p \vee q)$ با ارزش‌های ستون $\sim p \wedge \sim q$ یکسان است.

p	q	$p \wedge q$	$\sim (p \wedge q)$	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \vee \sim q$
د	د	د	ن	ن	ن	ن
د	ن	ن	د	ن	د	د
ن	د	ن	د	د	ن	د
ن	ن	ن	د	د	د	د

همان طور که می‌بینید، ارزش‌های ستون $(p \wedge q)$ با ارزش‌های ستون $\sim p \vee \sim q$ یکسان است.

(تمرین ۲ قسمت (ت) صفحه ۱۴ کتاب درسی)

❓ نقیض گزاره «۲ عددی زوج است یا عدد π گویاست» را بنویسید.

✅ می‌دانیم $(p \vee q) \sim p \wedge \sim q$ با هم‌ارز است، پس نقیض گزاره «۲ عددی زوج است یا عدد π گویاست» به صورت «۲ عددی زوج نیست و عدد π عددی گویا نیست» می‌باشد.

۲ قوانین توزیع پذیری: اگر p, q, r سه گزاره دلخواه باشند، داریم:

$$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

$$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

اینجوری هم ببین. برای به دست آوردن عبارت هم‌ارز با $p \vee (q \wedge r)$ ، انگار می‌فویای p رو در مجموع q و r ضرب کنی.

$$p \vee (q \wedge r) = p \vee q \wedge p \vee r$$

یه بار هم از راست به چپ ببین. برای به دست آوردن عبارت هم‌ارز با $(p \vee q) \wedge (p \vee r)$ انگار داری از یه p فاکتور می‌گیری.

(کار در کلاس ۲ قسمت (پ) صفحه ۱۱ کتاب درسی)

❓ با استفاده از جدول ارزش درستی گزاره‌ها قوانین توزیع پذیری را اثبات کنید.

✅ ابتدا نشان می‌دهیم $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$:

p	q	r	$q \vee r$	$p \wedge q$	$p \wedge r$	$p \wedge (q \vee r)$	$(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
د	د	د	د	د	د	د	د
د	د	ن	د	د	ن	د	د
د	ن	د	د	ن	د	د	د
د	ن	ن	ن	ن	ن	ن	ن
ن	د	د	د	ن	ن	ن	ن
ن	د	ن	د	ن	ن	ن	ن
ن	ن	د	د	ن	ن	ن	ن
ن	ن	ن	ن	ن	ن	ن	ن

همان طور که می‌بینید، ارزش‌های دو ستون آخر یکسان است.

حال نشان می‌دهیم $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$:

p	q	r	$q \wedge r$	$p \vee q$	$p \vee r$	$p \vee (q \wedge r)$	$(p \vee q) \wedge (p \vee r)$
د	د	د	د	د	د	د	د
د	د	ن	ن	د	د	د	د
د	ن	د	ن	د	د	د	د
د	ن	ن	ن	د	د	د	د
ن	د	د	د	د	د	د	د
ن	د	ن	ن	د	ن	ن	ن
ن	ن	د	ن	ن	د	ن	ن
ن	ن	ن	ن	ن	ن	ن	ن

ارزش‌های دو ستون آخر یکسان است.

(تمرین ۵ قسمت (ت) صفحه ۱۵ کتاب درسی)

جدول ارزش‌های گزاره « $(p \vee q) \wedge \sim p$ » را رسم کنید.



p	q	$p \vee q$	$\sim p$	$(p \vee q) \wedge \sim p$
د	د	د	ن	ن
د	ن	د	ن	ن
ن	د	د	د	د
ن	ن	ن	د	ن

قوانین جذب: اگر p و q دو گزاره باشند، داریم:

$$p \wedge (q \vee p) \equiv p$$

$$p \vee (q \wedge p) \equiv p$$

اسم قوانین جذب تو کتاب درسی نیومده. قوانین جذب رو این‌طوری حفظ کن. یه گزاره تنها داره و یه پرانتز، هم‌پنین یه دونه $\vee$ و یه دونه $\wedge$ می‌فواد و با همون گزاره‌ای که پیش‌تر تکرار شده هم‌ارزه؛ مثلاً در $p \wedge (q \vee p)$ ، دو بار p اومده، پس با p هم‌ارزه.

(تمرین ۶ قسمت‌های (ث) و (ج) صفحه ۱۵ کتاب درسی)

با استفاده از جدول ارزش‌ها، هم‌ارزی‌های زیر را ثابت کنید.

الف) $p \wedge (q \vee p) \equiv p$

ب) $p \vee (q \wedge p) \equiv p$

الف)

p	q	$q \vee p$	$p \wedge (q \vee p)$
د	د	د	د
د	ن	د	د
ن	د	د	ن
ن	ن	ن	ن

همان‌طور که می‌بینید، ارزش‌های ستون $p \wedge (q \vee p)$ با ارزش‌های ستون p یکسان است.

ب)

p	q	$q \wedge p$	$p \vee (q \wedge p)$
د	د	د	د
د	ن	ن	د
ن	د	ن	ن
ن	ن	ن	ن

همان‌طور که می‌بینید، ارزش‌های ستون $p \vee (q \wedge p)$ با ارزش‌های ستون p یکسان است.

پرسش‌های تشریحی

ترکیب فصلی گزاره‌ها

● درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را مشخص کنید.

۹۴. اگر p و q هم‌ارز باشند، آنگاه ارزش $p \vee q$ حتماً درست است.

۹۵. اگر ارزش $p \vee q$ درست باشد، ارزش $p \wedge q$ حتماً نادرست است.

۹۶. اگر ارزش $p \vee q$ درست باشد، ارزش گزاره‌های p و q حتماً درست است.

۹۷. اگر ارزش $p \wedge q$ نادرست باشد، ارزش $p \vee q$ حتماً نادرست است.

۹۸. ترکیب فصلی دو گزاره در دو حالت نادرست می‌باشد.

۹۹. اگر ارزش $p \wedge q \sim$ درست باشد، ارزش $p \vee q$ درست است.

۱۰۰. اگر ارزش $p \wedge q$ درست باشد، ارزش $p \vee r$ حتماً درست است.

● جاهای خالی را با عبارتهای مناسب پُر کنید.

۱۰۱. ترکیب فصلی دو گزاره در حالت نادرست است.

۱۰۲. اگر p یک گزاره دلخواه و F یک گزاره همواره نادرست باشد، آنگاه $p \vee F \equiv$

۱۰۳. اگر p گزاره‌ای درست و q گزاره‌ای نادرست باشند، ارزش ترکیب فصلی آن‌ها است.

۱۰۴. به هم‌ارزی $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ ، قانون ترکیب فصلی می‌گویند.

۱۰۵. به هم‌ارزی $q \sim \sim p \wedge \sim (p \vee q)$ ، قانون می‌گویند.

۱۰۶. ارزش ترکیب فصلی نقیض دو گزاره با دو گزاره هم‌ارز است. (نقیض ترکیب فصلی - نقیض ترکیب عطفی)

۱۰۷. گزاره $p \vee (q \wedge p)$ با گزاره هم‌ارز است.

۱۰۸. اگر ارزش گزاره $p \wedge (q \vee \sim p)$ درست باشد، ارزش گزاره $(p \wedge q) \vee \sim$ است.

۱۰۹. اگر ارزش گزاره $p \wedge (q \vee \sim p)$ نادرست باشد، ارزش گزاره $p \vee \sim q$ است.

۱۱۰. گزاره $(p \wedge r) \vee (q \wedge r) \vee [\sim p \wedge (\sim q \wedge r)]$ با گزاره هم‌ارز است. $(r - r \vee p)$

۱۱۱. نقیض گزاره $q \sim p \wedge$ ، گزاره است.

● به پرسش‌های زیر پاسخ دهید.

۱۱۲. جدول ارزش ترکیب فصلی دو گزاره را رسم کنید.

۱۱۳. در هر مورد، جدول ارزش گزاره‌ها را تکمیل کنید.

p	$\sim p$	$p \wedge \sim p$	$p \vee \sim p$
د			
ن			

ب

p	q	$\sim p$	$\sim p \vee q$
د	د		
د	ن		
ن	د		
ن	ن		

آ

p	q	$\sim p$	$\sim p \vee q$	$p \wedge (\sim p \vee q)$
د	د			
د	ن			
ن	د			
ن	ن			

ت

p	q	$\sim p$	$\sim p \vee p$	$(\sim p \vee p) \wedge q$
د	د			
د	ن			
ن	د			
ن	ن			

پ

(کتاب راهنمای معلم)

۱۱۴. ارزش گزاره‌های مرکب زیر را تعیین کنید.

آ ۴ عددی گویا است یا $-3 \geq -5$.

ب در یک آزمایش تصادفی با فضای نمونه S ، $P(S) = 1$ یا $\sqrt[3]{2} \in \mathbb{R}$.

پ ۵ واسطه حسابی بین دو عدد ۱۲۵ و $\frac{1}{5}$ است یا صفر عددی مثبت است.

(کتاب راهنمای معلم)

۱۱۵. جدول زیر را کامل کنید.

گزاره p	گزاره q	ارزش p	ارزش q	ارزش $p \vee q$	ارزش $p \wedge q$
				ن	
	چنین نیست که ۵ گنگ باشد.		د		
					د
عدد ۱ مربع کامل است.					ن

۱۱۶. در هر مورد با تشکیل جدول ارزش گزاره‌ها، تعداد حالت‌های درست هر گزاره را به دست آورید.

آ $[q \vee (p \vee \sim q)] \vee \sim p$

ب $(p \vee q) \wedge (\sim p \wedge q)$

پ $(p \wedge q) \vee \sim (p \vee q)$

ت $(p \vee \sim q) \wedge (\sim p \wedge q)$

ث $\sim (p \wedge \sim r) \wedge (\sim p \vee q)$

۱۱۷. نقیض گزاره‌های زیر را بنویسید.

آ عدد ۲ اول است یا $\sqrt{3}$ عددی گنگ نیست.

ب $(1 < 2) \vee (2 + 3 = 5)$

پ چنین نیست که $\sqrt{5}$ عددی گنگ باشد یا عدد ۱۲۶ مضرب ۳ است.

ت عدد ۹ مربع کامل است یا ۵ عددی گنگ نیست.

● با استفاده از جدول ارزش گزاره‌ها، هم‌ارزی‌های زیر را ثابت کنید.

۱۱۸. $p \vee p \equiv p$

۱۱۹. $p \vee q \equiv q \vee p$

۱۲۰. $p \vee \sim p \equiv د$

۱۲۱. $p \vee د \equiv د$

۱۲۲. $p \vee ن \equiv p$

۱۲۳. $p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r$

۱۲۴. $\sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$

۱۲۵. $\sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$

۱۲۶. $p \wedge (q \vee p) \equiv p$

۱۲۷. $p \vee (q \wedge p) \equiv p$

۱۲۸. $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

۱۲۹. $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

۱۳۰. $p \wedge (\sim p \vee q) \equiv p \wedge q$

۱۳۱. $p \vee (\sim p \wedge q) \equiv p \vee q$

۱۳۲. $(p \wedge \sim q) \vee (p \wedge p) \equiv p \vee (\sim (\sim p \vee q))$

۲
بخش



پاسخ‌نامه

آشنایی با مبانی ریاضیات

۱

نادرست، گزاره می‌تواند یک جمله خبری نادرست هم باشد. مثلاً «۲ عددی فرد است.» یک جمله خبری نادرست است و گزاره می‌باشد.

۲

نادرست، جملات در صورتی گزاره هستند که خبری باشند. مثلاً جمله «درس بخوان.» یک جمله امری است و گزاره نمی‌باشد.

۳

درست، $2^4 = 16$.

۴

نادرست، ارزش‌های سه گزاره دارای $2^3 = 8$ حالت است.

۵

نادرست، در ۴ حالت، ارزش گزاره‌های p و q یکسان است.

۶

نادرست، ارزش نقیض هر گزاره با ارزش گزاره یکسان نیست. نقیض هر گزاره با خود گزاره هم‌ارز است.

۷

نادرست، می‌دانیم $p \equiv (\sim p) \sim$.

۸

درست

۹

نادرست، عبارت داده‌شده یک گزاره است نه گزاره‌نما.

۱۰

درست، عبارت موردنظر را می‌توانیم به صورت $a + b + c = 10$ بنویسیم که یک گزاره‌نمای سه‌متغیره است.

۱۱

نادرست، عبارت موردنظر یک گزاره درست است؛ زیرا اعداد اول یک‌رقمی ۲، ۳، ۵ و ۷ هستند که مجموع آن‌ها برابر ۱۷ می‌باشد.

۱۲

ارزش

۱۳

۸

۱۴

>

۱۵

گزاره

۱۶

۲۰

$$\frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{n(A)}{6} = \frac{1}{2} \Rightarrow n(A) = 3$$

بنابراین تعداد زیرمجموعه‌های سه‌عضوی $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ را می‌خواهیم که برابر است با:

$$\binom{6}{3} = \frac{6 \times 5 \times 4}{1 \times 2 \times 3} = 20$$

۱۷

۵

$$x - 2 < 3 \Rightarrow x < 5 \xrightarrow{D=W} S = \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

بنابراین مجموعه جواب گزاره‌نما دارای ۵ عضو است.

۱۸

اعداد طبیعی

$$\begin{cases} x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2 \\ 2x + 3 = 0 \Rightarrow 2x = -3 \Rightarrow x = -\frac{3}{2} \\ x^2 - 2 = 0 \Rightarrow x^2 = 2 \Rightarrow x = \pm\sqrt{2} \end{cases}$$

اگر دامنه گزاره‌نما اعداد طبیعی باشد، فقط یک عضو در مجموعه جواب آن می‌باشد. اما اگر دامنه گزاره‌نما اعداد گویا باشد، ۲، -۲ و $-\frac{3}{2}$ ، عضو مجموعه جواب گزاره‌نما هستند.

۱۹

گنگ

۲۰

گنگ

۲۱

گویا

۲۲

درست

۲۳

درست

۲۴

نادرست

۲۵

درست

۲۶

درست

۲۷

نادرست، چون مجموع ارقام عدد ۲۸۵۳ برابر $2 + 8 + 5 + 3 = 18$ است و چون ۱۸ بر ۳ بخش‌پذیر می‌باشد، پس عدد ۲۸۵۳ نیز بر ۳ بخش‌پذیر بوده و در نتیجه اول نیست.

حرفه‌ای باش! هر عدد طبیعی بزرگ‌تر از ۱ که فقط بر ۱ و خودش بخش‌پذیر باشد را عدد اول می‌گویند.

● اگر مجموع ارقام عددی بر ۹ یا ۳ بخش‌پذیر باشد، آن عدد بر ۹ یا ۳ بخش‌پذیر است.

۲۸

درست

۲۹

نادرست، $\mathbb{Z}$ ، زیرمجموعه $\mathbb{R}$ است.

۴۴

نادرست، دلتای معادله $x^2 + x + 1 = 0$ منفی است، پس ریشه حقیقی ندارد.

۴۵

درست، می‌دانیم $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

۴۶

نادرست، $\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

۴۷

نادرست، چون شیب یکی $\frac{2}{3}$ و شیب دیگری $\frac{3}{4}$ است و حاصل ضرب شیب‌ها برابر -1 نیست.

۴۸

درست

۴۹

درست

۵۰

نادرست، یک دنباله می‌تواند نه حسابی باشد و نه هندسی.

۵۱

نادرست، در چند جمله‌ای‌ها توان متغیر x عددی صحیح و نامنفی است،

در حالی که $\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$ می‌باشد.

۵۲

درست

۵۳

نادرست، فضای نمونه‌ای آزمایش پرتاب دو تاس دارای $6^2 = 36$ برآمد است.

۵۴

$$(0.1)^5 < (0.1)^3$$

می‌دانیم اگر عددی بین صفر و یک باشد، هرچه به توان طبیعی بزرگ‌تر برسد، کوچک‌تر می‌شود.

۵۵

$$\sin \alpha < \cos \alpha$$

چون $0^\circ < \alpha < 45^\circ$ است، کافی است α را 30° در نظر بگیریم. می‌دانیم $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ و $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ است، پس $\cos 30^\circ > \sin 30^\circ$ می‌باشد و این یعنی $\sin \alpha < \cos \alpha$ است.

۵۶

$(0,0)$ ، چون $0 = 0^2$ است. شما می‌توانید نقاط دیگری نظیر $(1,1)$ ، $(2,4)$ و ... را نیز به عنوان پاسخ انتخاب کنید.

۵۷

$$-(x-4)^2 \leq 0$$

می‌دانیم $(x-4)^2 \geq 0$ است، پس $-(x-4)^2 \leq 0$ می‌باشد.

۳۰

درست

۳۱

نادرست، می‌دانیم $Q \cup Q' = \mathbb{R}$ است.

۳۲

درست

۳۳

نادرست

$$5^9 + 8 = (5^3)^3 + 2^3 = (\underbrace{5^3 + 2}_{127})(\underbrace{(5^3)^2 - 2 \times 5^3 + 2^2}_q) = 127 \times q$$

چون $5^9 + 8$ بر 127 بخش پذیر است، پس اول نمی‌باشد.

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

حرفه‌ای باش!

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

۳۴

درست

۳۵

درست

۳۶

درست

۳۷

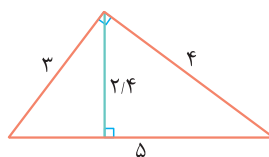
نادرست، مثلاً معادله $x^2 + x + 3 = 0$ یک معادله درجه دوم است که ریشه حقیقی ندارد.

۳۸

نادرست، معادله درجه دوم می‌تواند ریشه حقیقی نداشته باشد.

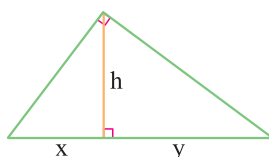
۳۹

نادرست، مثلاً در مثلث قائم الزاویه مقابل، ارتفاع وارد بر وتر، نصف وتر نیست.



۴۰

درست، از هندسه (۱) می‌دانیم:



$$\Rightarrow h^2 = xy$$

۴۱

نادرست، می‌دانیم $(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$.

۴۲

درست

۴۳

درست

نیست، زیرا به ازای $x = 1$ دو مقدار برای y به دست می‌آید، یکی $y = 1$ و دیگری $y = -1$.

۵۹

$$x = \pm\sqrt{a}$$

۶۰

$$\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^5 < \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^7$$

می‌دانیم اگر عددی بین -1 و صفر باشد، هرچه به توان عدد طبیعی فرد و بزرگ‌تر برسد، بزرگ‌تر می‌شود.

۶۱

$$\sin \alpha > \cos \alpha$$

کافی است α را 60° در نظر بگیریم.

۶۲

$$2x - 4y = 10 \xrightarrow[y=0]{\text{تلاقی با محور } x \text{ ها}} 2x = 10 \Rightarrow x = 5$$

۵

۶۳

$$\begin{aligned} (m-1)(0) + 2(0) - 1 - 2m &= 0 \Rightarrow -1 - 2m = 0 \Rightarrow 2m = -1 \\ \Rightarrow m &= -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

۶۴

است

$$(x-1)^2 = -|y+3| \Rightarrow \begin{cases} x-1=0 \Rightarrow x=1 \\ y+3=0 \Rightarrow y=-3 \end{cases}$$

یعنی این رابطه فقط شامل زوج مرتب $(1, -3)$ است، پس تابع می‌باشد.

۶۵

۱

$$y = (a+1)x + 2x + b - 3 \Rightarrow y = (a+3)x + b - 3$$

ضابطه تابع همانی $y = x$ است، پس:

$$\begin{cases} a+3=1 \Rightarrow a=-2 \\ b-3=0 \Rightarrow b=3 \end{cases} \Rightarrow a+b=1$$

۶۶

ابتدا مقدار n را به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} 2^{2n-3} = 32 &\Rightarrow 2^{2n-3} = 2^5 \Rightarrow 2n-3=5 \\ \Rightarrow 2n &= 8 \Rightarrow n=4 \end{aligned}$$

حال داریم:

$$2^4 = 16 \quad \text{آ}$$

ب) جدول ارزش‌های $5 = n+1$ گزاره، دارای ۳۲ حالت مختلف است، پس دارای $160 = 32 \times 5$ نماد «د» و «ن» می‌باشد که در نصف آن‌ها یعنی ۸۰ بار از نماد «د» استفاده شده است.

۶۷

p	q	r
د	د	د
د	د	ن
د	ن	د
د	ن	ن
ن	د	د
ن	د	ن
ن	ن	د
ن	ن	ن

حرفه‌ای باش! برای نوشتن همه حالت‌های ارزش n گزاره، ابتدا تعداد کل حالات یعنی 2^n را به دست آورید و جدولی با n ستون و 2^n سطر رسم کنید.

- در ستون اول نصف حالت‌ها را «د» و نصف حالت‌ها را «ن» قرار دهید.
- در ستون دوم نصفِ نصف حالت‌ها را «د» و نصفِ نصف حالت‌های بعدی را «ن» قرار دهید و به همین ترتیب ادامه دهید. در ستون سوم نصفِ نصفِ نصف را «د» و «ن» قرار دهید. با همین روند در ستون آخر باید یکی در میان «د» و «ن» قرار دهید.

۶۸

$$\{a, b\} \not\subseteq \{a, b, c\} \quad \text{آ}$$

ب) چنین نیست که (۲ عددی زوج یا π عددی گویا است).

حرفه‌ای باش! اگر نقیض گزاره را به صورت چنین نیست که ۲، عددی زوج یا π عددی گویا است، بنویسید نادرست است (یعنی بدون پرانتز بنویسی).

پ) ابوالوفا بوزجانی ریاضی‌دان نیست.

ت) ۲ عددی غیراول است.

$$3 \notin \{1, 2, 3, 4\} \quad \text{ج}$$

$$3 \geq 7 \quad \text{ث}$$

$$1256172 \text{ عددی اول است.} \quad \text{ح}$$

$$\sqrt{5} \geq 5 \quad \text{چ}$$

$$13 + 9 \neq 22 \quad \text{د}$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x \neq 1 \quad \text{خ}$$

۶۹

آ) هیچ‌کدام، چون هر سه جمله خبری داده شده گزاره‌نما هستند و تا زمانی که مقداری به متغیر یا متغیرها ندهیم و به گزاره تبدیل نشوند، نمی‌توانیم در مورد ارزش آن‌ها اظهار نظر کنیم.

ب) در این صورت گزاره‌نما به گزاره «۳ عددی فرد است.» تبدیل می‌شود که ارزش آن درست است.

پ) با قرار دادن ۴ به جای a ، گزاره‌نما به گزاره «۴ عددی فرد است.» تبدیل می‌شود که ارزش آن نادرست می‌باشد.

۷۲

درست، ارزش ترکیب عطفی چند گزاره هنگامی درست است که ارزش همه گزاره‌ها درست باشد و این اتفاق فقط در یک حالت می‌افتد. سه گزاره ۸ حالت مختلف دارند، پس در $2^3 = 8$ حالت ترکیب عطفی آن‌ها نادرست می‌شوند.

۷۳

نادرست، می‌دانیم $n \equiv n \wedge p$.

۷۴

نادرست، می‌دانیم $p \wedge d \equiv p$.

۷۵

نادرست، می‌دانیم $p \wedge p \equiv p$.

۷۶

درست

۷۷

نادرست، ارزش گزاره p گزاره p درست است، زیرا:

$$3 \times 4 + 5 \leq 17 \Rightarrow 12 + 5 \leq 17 \Rightarrow 17 \leq 17$$

می‌دانیم $q \equiv q \wedge d$ است، پس هم‌ارزی صورت سؤال نادرست می‌باشد.

۷۸

۳

۷۹

درست، چون p درست و $p \wedge q$ نادرست است، پس q نادرست می‌باشد و در نتیجه $\sim q$ درست است.

۸۰

نادرست، عدد صفر نامنفی است و فقط یک ریشه دوم دارد. پس گزاره «هر عدد نامنفی دو ریشه دوم دارد» نادرست بوده و ترکیب عطفی آن با هر گزاره‌ای، نادرست است.

۸۱

نادرست

۸۲

p ، می‌دانیم $(\sim p) \equiv p$ و $p \wedge p \equiv p$ می‌باشد.

۸۳

درست

۸۴

-۳

$$(x-1)^2 + (y+x+2)^2 = 0 \Rightarrow (x-1)^2 = 0 \wedge (y+x+2)^2 = 0$$

بنابراین داریم:

$$\begin{cases} (x-1)^2 = 0 \Rightarrow x-1=0 \Rightarrow x=1 \\ (y+x+2)^2 = 0 \xrightarrow{x=1} (y+3)^2 = 0 \Rightarrow y+3=0 \Rightarrow y=-3 \end{cases}$$

(ت) در پرتاب یک تاس، فضای نمونه دارای ۶ برآمد است، پس:

$$\frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{n(A)}{6} = \frac{1}{2} \Rightarrow n(A) = 3$$

بنابراین باید یک پیشامد سه عضوی ارائه کنیم؛ مثلاً $A = \{1, 2, 3\}$.

(ث) جمله (۳)، چون دو متغیر x و y در آن وجود دارد.

۷۰

$$S = \{2, 3, 5, 7\} \quad \text{آ}$$

$$S = \{3\} \quad \text{ب}$$

$$x^2 + x - 12 = 0 \Rightarrow (x-3)(x+4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=-4 \end{cases}$$

چون دامنه متغیر اعداد طبیعی است، پس مجموعه جواب باید زیرمجموعه دامنه باشد و این یعنی $x = -4$ غیرقابل قبول می‌باشد.

$$S = \{1, 2, 3, \dots, 8\} \quad \text{پ}$$

$$|x-3| \leq 5 \Rightarrow -5 \leq x-3 \leq 5 \Rightarrow -2 \leq x \leq 8$$

توجه کنید که دامنه متغیر، مجموعه اعداد طبیعی است.

$$S = \{3\} \quad \text{ت}$$

$$x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$$

$$S = \{3, 4, 5, \dots\} \quad \text{ث} \quad S = \{1, 2, 5, 6, 7, \dots\} \quad \text{ج}$$

$$\frac{1}{x-3} < 1 \Rightarrow \frac{1}{x-3} - 1 < 0 \Rightarrow \frac{1-(x-3)}{x-3} < 0$$

$$\Rightarrow \frac{4-x}{x-3} < 0 \xrightarrow{\text{انگار}} (4-x)(x-3) < 0 \Rightarrow x < 3 \text{ یا } x > 4$$



حرفه‌ای باش! علامت $\frac{a}{b}$ با علامت ab یکسان است؛ پس به جای حل نامعادله $\frac{4-x}{x-3} < 0$ ، نامعادله $(4-x)(x-3) < 0$ را حل کردیم.

$$S = \{2\} \quad \text{ج}$$

فقط به ازای $k=2$ ، حاصل $3k+1$ یک عدد فرد یک‌رقمی است.

$$S = \{(1,1), (2,1)\} \quad \text{ح}$$

$$S = \{\} \quad \text{خ}$$

$$\sqrt{x+5} = 1 \Rightarrow x+5=1 \Rightarrow x=-4$$

چون دامنه متغیر مجموعه اعداد طبیعی است، پس $x = -4$ غیرقابل قبول است.

۷۱

معادله $x^2 - ax + 1 = 0$ ؛ در صورتی ریشه حقیقی ندارد که دلتای آن کوچک‌تر از صفر باشد، پس:

$$b^2 - 4ac < 0 \Rightarrow (-a)^2 - 4(1)(1) < 0 \Rightarrow a^2 - 4 < 0$$

$$\Rightarrow a^2 < 4 \Rightarrow -2 < a < 2$$

چون دامنه متغیر گزاره‌ها اعداد صحیح است، پس $S = \{-1, 0, 1\}$ می‌باشد.

۸۵

ترکیب عطفی دو گزاره p و q به صورت $p \wedge q$ می باشد و داریم:

p	q	$p \wedge q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	ن
ن	ن	ن

۸۶

آ

p	q	$\sim q$	$p \wedge (\sim q)$
د	د	ن	ن
د	ن	د	د
ن	د	ن	ن
ن	ن	د	ن

ب

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \wedge \sim q$
د	د	ن	ن	ن
د	ن	ن	د	ن
ن	د	د	ن	ن
ن	ن	د	د	د

پ

p	q	$\sim q$	$p \wedge (\sim q)$	$\sim (p \wedge (\sim q))$
د	د	ن	ن	د
د	ن	د	د	ن
ن	د	ن	ن	د
ن	ن	د	ن	د

ت

p	q	r	$\sim p$	$\sim q$	$\sim q \wedge r$	$\sim p \wedge (\sim q \wedge r)$
د	د	د	ن	ن	ن	ن
د	د	ن	ن	ن	ن	ن
د	ن	د	ن	د	د	ن
د	ن	ن	ن	د	ن	ن
ن	د	د	د	ن	ن	ن
ن	د	ن	د	ن	ن	د
ن	ن	د	د	د	ن	ن
ن	ن	ن	د	د	ن	ن

ث

p	q	r	$\sim r$	$p \wedge q$	$\sim (p \wedge q)$	$\sim (p \wedge q) \wedge (\sim r)$
د	د	د	ن	د	ن	ن
د	د	ن	د	د	ن	ن
د	ن	د	ن	ن	د	ن
د	ن	ن	د	ن	د	د
ن	د	د	ن	ن	د	ن
ن	د	ن	د	ن	د	د
ن	ن	د	ن	ن	د	ن
ن	ن	ن	د	ن	د	د

ج

p	q	r	$\sim p$	$\sim r$	$(\sim p) \wedge q$	$p \wedge (\sim r)$	$((\sim p) \wedge q) \wedge (p \wedge (\sim r))$
د	د	د	ن	ن	ن	ن	ن
د	د	ن	ن	د	ن	د	ن
د	ن	د	ن	ن	ن	ن	ن
د	ن	ن	ن	د	ن	د	ن
ن	د	د	د	ن	د	ن	ن
ن	د	ن	د	د	د	ن	ن
ن	ن	د	د	ن	ن	ن	ن
ن	ن	ن	د	د	ن	ن	ن

۸۷

گزاره $\sim p \wedge q$ به صورت «۲۳ عددی زوج است.» می باشد. بنابراین $\sim p \wedge q$ گزاره «۲۳ عددی زوج و اول است.» می باشد.

۸۸

آ گزاره $\sqrt{9} = \pm 3$ نادرست است، پس ترکیب عطفی آن با هر گزاره ای نادرست می باشد.

ب ارزش گزاره های $5 < 7$ و $-5 < -7$ درست است، پس ارزش ترکیب عطفی آن ها درست می باشد.

پ ارزش گزاره $\mathbb{W} \subseteq \mathbb{N}$ نادرست است، پس ترکیب عطفی آن با هر گزاره ای نادرست می باشد.

ت ارزش گزاره های $7^{2^2} = (7^2)^2$ و $(\frac{1}{10})^3 > (\frac{1}{10})^5$ درست است، پس ارزش ترکیب عطفی آن ها درست می باشد.

ث ارزش گزاره $3\sqrt{2} > 2\sqrt{5}$ نادرست است، پس ارزش ترکیب عطفی آن با هر گزاره ای نادرست می باشد.

ج ارزش گزاره $\sqrt[3]{2} < 1$ نادرست است، پس ارزش ترکیب عطفی آن با هر گزاره ای نادرست می باشد.

چ ارزش گزاره «در مثلث قائم الزاویه، ارتفاع وارد بر وتر واسطه هندسی دو ضلع قائم است.» نادرست می باشد، پس ارزش ترکیب عطفی آن با هر گزاره ای نادرست است.

(پ)

p	q	$\sim q$	$p \wedge q$	$\sim q \wedge (p \wedge q)$
د	د	ن	د	ن
د	ن	د	ن	ن
ن	د	ن	ن	ن
ن	ن	د	ن	ن

همان‌طور که می‌بینید در ستون آخر، ارزش $\sim q \wedge (p \wedge q)$ همواره نادرست است.

(ت)

p	$\sim p$	$\sim(\sim p)$	$(\sim(\sim p)) \wedge \sim p$
د	ن	د	ن
ن	د	ن	ن

همان‌طور که می‌بینید در ستون آخر، ارزش $(\sim(\sim p)) \wedge \sim p$ همواره نادرست است.

(ث)

p	q	$\sim p$	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \wedge \sim p$	$[(p \wedge q) \wedge \sim p] \wedge p$
د	د	ن	د	ن	ن
د	ن	ن	ن	ن	ن
ن	د	د	ن	ن	ن
ن	ن	د	ن	ن	ن

همان‌طور که می‌بینید در ستون آخر، ارزش $[(p \wedge q) \wedge \sim p] \wedge p$ همواره نادرست است.

۹۲

ابتدا از روی ارزش $\sim p$ ، ارزش p را در جدول تعیین می‌کنیم. در سطر اول ناچاراً باید ارزش p درست و در نتیجه ارزش $\sim p$ نادرست باشد تا ارزش $\sim p \wedge q$ نادرست شود.

p	q	$\sim p$	$\sim p \wedge q$
د	د	ن	ن
د		ن	
ن		د	د
ن		د	

حال چون در سطر اول ارزش p و q هر دو درست است، پس در سطر دوم باید ارزش q نادرست باشد و داریم:

p	q	$\sim p$	$\sim p \wedge q$
د	د	ن	ن
د	ن	ن	ن
ن		د	د
ن		د	

۸۹

در سطر اول گفته شده، ارزش p درست است، پس گزاره « $y = 2$ » تابع است. که یک گزاره درست می‌باشد را قرار می‌دهیم. در ضمن ارزش q نیز درست و در نتیجه ارزش $p \wedge q$ درست می‌باشد.

در سطر دوم ارزش p درست است و گفته شده ارزش q نیز باید درست باشد، پس گزاره « $\cot 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$ » که یک گزاره درست است را قرار می‌دهیم. در این صورت ارزش $p \wedge q$ نیز درست می‌باشد.

در سطر سوم چون ارزش $p \wedge q$ نادرست است، پس باید حداقل یکی از گزاره‌های p و q نادرست باشند، اما در سطر چهارم نیاز به گزاره درست داریم. پس گزاره « $\sqrt{3}$ عددی گنگ است» را برای سطر چهارم و دو گزاره نادرست « $1 < 2$ » و « $1 < \sqrt{x^2 + 1}$ » یک عبارت چندجمله‌ای است.» را برای سطر سوم به‌کار می‌بریم. حال داریم:

ارزش $p \wedge q$	ارزش q	ارزش p	q	p
د	د	د	عدد ۷ اول است.	$y = 2$ تابع است.
د	د	د	$\cot 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$	$2 \in \{1, 2\}$
ن	ن	ن	$\sqrt{x^2 + 1}$ یک عبارت چندجمله‌ای است.	$1 < 2$
د	د	د	$\sqrt{3}$ عددی گنگ است.	$\mathbb{W} - \mathbb{N} = \{\emptyset\}$

۹۰

p	د	$p \wedge د$
د	د	د
ن	د	ن

همان‌طور که می‌بینید، ارزش $p \wedge د$ با ارزش p یکسان است.

۹۱

p	$\sim p$	$p \wedge \sim p$
د	ن	ن
ن	د	ن

همان‌طور که می‌بینید در ستون آخر، ارزش $p \wedge \sim p$ همواره نادرست است.

(ب)

p	q	$\sim p$	$\sim p \wedge q$	$p \wedge (\sim p \wedge q)$
د	د	ن	ن	ن
د	ن	ن	ن	ن
ن	د	د	د	ن
ن	ن	د	ن	ن

همان‌طور که می‌بینید در ستون آخر، ارزش $p \wedge (\sim p \wedge q)$ همواره نادرست است.